**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2 (1)**

**Подвариант № 1**

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ИЛИ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

Цель работы

освоить методы Рунге-Кутта второго и четвертого порядка точности, применяемые для численного решения задачи Коши для дифференциального уравнения (или системы дифференциальных уравнений) первого порядка.

Постановка задачи

Рассматривается обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной и имеющее вид:

 (1)

с дополнительным начальным условием, заданным в точке :

 (2)

Предполагается, что правая часть уравнения (1) функция  такова, что гарантирует существование и единственность решения задачи Коши (1)-(2).

В том случае, если рассматривается не одно дифференциальное уравнение вида (1), а система обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, разрешенных относительно производных неизвестных функций, то соответствующая задача Коши имеет вид (на примере двух дифференциальных уравнений):

 (3)

Дополнительные (начальные) условия задаются в точке :

 (4)

Также предполагается, что правые части уравнений из (3) заданы так, что это гарантирует существование и единственность решения задачи Коши (3)-(4), но уже для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка в форме, разрешенной относительно производных неизвестных функций.

Заметим, что к подобным задачам сводятся многие важные задачи, возникающие в механике (уравнения движения материальной точки), небесной механике, химической кинетике, гидродинамике и т.п.

**Цели и задачи практической работы**

1. Решить задачу Коши (1)-(2) (или (3)-(4)) наиболее известными и широко используемыми на практике методами Рунге-Кутта второго и четвертого порядка точности, аппроксимировав дифференциальную задачу соответствующей разностной схемой (на равномерной сетке); полученное конечно-разностное уравнение (или уравнения в случае системы), представляющее фактически некоторую рекуррентную формулу, просчитать численно;
2. Найти численное решение задачи и построить его график;
3. Найденное численное решение сравнить с точным решением дифференциального уравнения (подобрать специальные тесты, где аналитические решения находятся в классе элементарных функций, при проверке можно использовать ресурсы on-line системы [http://www.wolframalpha.com](http://www.wolframalpha.com/) или пакета Maple и т.п.).

Отчет по практической работе

Отчет должен содержать

* титульный лист (образец прилагается);
* описание постановки задачи и ее целей;
* описание метода (алгоритма) решения;
* описание программы и ее оригинальный текст с комментариями;
* тесты, доказывающие корректность работы программы (не менее 3-5 тестов, проверенных непосредственно вручную или с помощью специализированного программного обеспечения.

Варианты заданий

**Таблица 1.**

Варианты задания правой части уравнения (1) и начального условия (2)

в случае одного дифференциального уравнения

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вариант |  |  | Точное решение  |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 6 |  |  |  |

**Таблица 2.**

Варианты задания правых частей системы (3) и начального условия (4)

в случае системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант |  |  |  |  |  |
| 1 |  |  | 1 | 1 | 1 |
| 2 |  |  | 0 | 0 | 1 |
| 3 |  |  | 0 | 1 | -1 |
| 4 |  |  | 0 | 0.5 | 1 |
| 5 |  |  | 0 | 1 | 0.05 |
| 6 |  |  | 0 | 1 | 0.5 |
| 7 |  |  | 0 | 0.5 | 1 |
| 8 |  |  | 0 | 0.25 | 1 |
| 9 |  |  | 0 | 1 | 0.25 |
| 10 |  |  | 0 | 0 | 0 |
| 11 |  |  | 0 | 1 | 0.5 |
| 12 |  |  | 0 | 1 | 1 |
| 13 |  |  | 0 | 0.5 | 1 |
| 14 |  |  | 0 | 0.5 | 1 |
| 15 |  |  | 0 | 0.5 | 1 |
| 16 |  |  | 0 | 1 | 0.05 |
| 17 |  |  | 0 | 1 | 0.5 |
| 18 |  |  | 0 | 0.25 | 1 |
| 19 |  |  | 0 | 0.5 | 1 |
| 20 |  |  | 0 | 1.5 | 0 |
| 21 |  |  | 0 | 1 | 0.25 |

**ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2 (2)**

**Подвариант № 2**

**РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА, РАЗРЕШЕННОГО ОТНОСИТЕЛЬНО СТАРШЕЙ ПРОИЗВОДНОЙ**

Цель работы

освоить метод прогонки решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка.

Постановка задачи

Рассматривается линейное дифференциальное уравнение второго порядка вида

 (1)

с дополнительными условиями в граничных точках

 (2)

**Цели и задачи практической работы**

1. Решить краевую задачу (1)-(2) методом конечных разностей, аппроксимировав ее разностной схемой второго порядка точности (на равномерной сетке); полученную систему конечно-разностных уравнений решить методом прогонки;
2. Найти разностное решение задачи и построить его график;
3. Найденное разностное решение сравнить с точным решением дифференциального уравнения (подобрать специальные тесты, где аналитические решения находятся в классе элементарных функций, при проверке можно использовать ресурсы on-line системы [http://www.wolframalpha.com](http://www.wolframalpha.com/) или пакета Maple и т.п.).

Отчет по практической работе

Отчет должен содержать

* титульный лист (образец прилагается);
* описание постановки задачи и ее целей;
* описание метода (алгоритма) решения;
* описание программы и ее оригинальный текст с комментариями;
* тесты, доказывающие корректность работы программы (не менее 3-5 тестов, проверенных непосредственно вручную или с помощью специализированного программного обеспечения.

Варианты заданий

1. ; ; .

2. ; ; .

3. ; ; .

4. ; ; .

5. ; ; .

6. ; ; .

7. ; ; .

8. ; ; 2 y(1.5) - 0.5.

9. ; ; .

10. ; 2 y(1.3) - ; .

11. ; ; .

12. ; ; y(0.7) +

13. ; ;

14. ; ; .

15. ; ; .